LÓGICA PROPOSICIONAL

La Lógica viene siendo una de las herramientas importantes no solo para el diseño y funcionamiento de las computadoras, cuya estructura interna se basa en relaciones lógicas (Circuitos, Compuertas, etc.) sino también en las formas de pensar y deducir conclusiones validas acerca del conocimiento científico.

Enunciado :

Es toda sentencia u oración de nuestro lenguaje.

Ejemplos:

La carpeta es de madera.

Escribe más rápido.

¿Cuál es la edad de Maria?

¡Oh que bella mañana ¡

Proposición :

Es todo enunciado al cual se le puede asignar un valor de verdad: Verdadero (V) o Falso (F).

Ejemplos:

Todo ser humano es mortal.

20 es mayor que 4.

1. Clasificación de las proposiciones:

1.1 Proposición simple o Atómica:
Son aquellas que poseen una sola proposición.

1.2 Proposición compuesta o molecular:
Son aquellas que están formadas por la reunión de dos o más proposiciones.

2. Principios lógicos

TAUTOLOGIA : Todos valores de verdad son Verdaderos.

CONTRADICCION: Todos valores de verdad son Falsos.

CONTINGENCIA: Los valores de verdad son falsos y verdaderos.

3. Conectivos lógicos :

Son símbolos usados para relacionar proposiciones simples para formar proposiciones compuestas.

4. Tablas de verdad :

Operador	Lenguaje Coloquial	Lenguaje Simbólico	Tabla de Verdad		
Negación	No	~	p		~ p
			V		F
			F		V
Conjunción	Y	∧	p	q	p ∧ q
			V	V	V
			V	F	F
			F	V	F
			F	F	F
Disyunción Inclusiva “o” débil	O	∨	p	q	p ∨ q
			V	V	V
			V	F	V
			F	V	V
			F	F	F
Condicional o implicador	Entonces	→	p	q	p → q
			V	V	V
			V	F	F
			F	V	V
			F	F	V
Bicondicional o de Equivalencia	Si solo si	↔	p	q	p ↔ q
			V	V	V
			V	F	F
			F	V	F
			F	F	V
Disyunción Exclusiva			p	q	p ↔ q

"o" fuerte	O	Δ	V	V	F
			V	F	V
			F	V	V
			F	F	F
Negación de la disyunción débil		↓	p	q	p ↓ q
			V	V	F
			V	F	F
			F	V	F
			F	F	V
Negación de la conjunción		↑	p	q	p ↑ q
			V	V	F
			V	F	V
			F	V	V
			F	F	V
Replicador	Ya que	←	p	q	p ← q
			V	V	V
			V	F	V
			F	V	F
			F	F	V

EJERCICIOS RESUELTOS

1.- Dadas las proposiciones
P: 13 es un numero primo
Q: 17 es un numero par
R: 25 es un cuadrado perfecto
Hallar el valor de verdad de
$\{[(p \wedge q) \rightarrow r]$

Solución

1. Definir el valor de verdad real de las proposiciones
   P: V ; q:F ; r:V
2. Reemplazar dichos valores
   $\{[(p \wedge q) \rightarrow r]$
   $V \wedge F$
   $F \rightarrow V$
   V
   Rpta Verdadero

2.- Si la proposición $(p \wedge q) \rightarrow \sim r$ es falsa
Hallar el valor de verdad de p,q,r
Solución

$(p \wedge q) \rightarrow \sim r$:F
$V \wedge V \rightarrow \sim V$:F
$V \rightarrow F$: F

Rpta p:V q:V r:V

3.- De la falsedad de $(\sim p \wedge q) \rightarrow r$, Hallar el valor de verdad de p,q,r en ese orden
Solución

$(\sim p \wedge q) \rightarrow r$: F
$\sim(F) \wedge V \rightarrow F$: F
$V \rightarrow F$: F
Rpta P:F q:V r:F

4. Si la proposición
   $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$ es falsa. Determinar el valor de verdad de $p \leftrightarrow q$
   Solución

   $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$: F
   $(V \wedge V) \rightarrow (F \vee F)$: F
   $V \rightarrow F$
   Evaluando
   $P \leftrightarrow q$
   $V \leftrightarrow V$: V
   Rpta Verdadero

5. Si la siguiente proposición
   $(p \wedge \sim q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ es falsa
   Entonces se tiene que:
   I. pv q es falsa
   II. $r \rightarrow q$ es verdadera
   III. $\sim q \wedge p$ es verdadera
   Son ciertas
   A)I B)I,II,III c)I,II d)I yIIIe)II yIII
   Solución
   $(p \wedge \sim q) \rightarrow (p \rightarrow r)$: F
   $(V \wedge V) \rightarrow (V \rightarrow F)$
   $V \rightarrow F$
   p : V q : F r : F

   Evaluando cada esquema
   I pv q es falsa
   V v F :V No es cierto
   II. $r \rightarrow q$ es verdadera
   $F \rightarrow F$ es V es cierto
   III.$\sim q \wedge p$ es verdadera
   $V \wedge V$ es V es cierto
   Rpta e) II y III son ciertas

TEORÍA

Son esquemas tautológicos, es decir, son formulas formalmente verdaderas, ya que están en función al orden de sus componentes y no a los valores de los mismos, constituyéndose una de ellas en instrumentos para el análisis de inferencias (formas inferenciales).

Un principio lógico es el fundamento de toda verdad lógica (tautológia). Aquí se ubican los principios clásicos.

En cambio una formula es una ley si y solo si cualquiera sea la interpretación formalmente correcta que se haga de la misma se obtiene como resultado una verdad lógica.

LEYES LÓGICAS

Permiten transformar y simplificar formulas lógicas:

1. Leyes de la ABSORCIÓN
   $A \wedge (A \vee B) \equiv A$

   $A \vee (A \wedge B) \equiv A$

   $A \wedge (\sim A \vee B) \equiv A \wedge B$

   $A \vee (\sim A \wedge B) \equiv A \vee B$

2. Identidad (Elemento Neutro)
   $V \vee A \equiv V$

   $F \wedge A \equiv F$

   $V \wedge A \equiv A$

   $F \vee A \equiv A$

3. Complemento
   $A \vee \sim A \equiv V$

   $A \wedge \sim A \cong F$

4. Leyes del condicional:
   $A \rightarrow B \equiv \sim A \vee B$

5. Otros:
   $A \downarrow B \equiv \sim A \wedge \sim B$

   $A \uparrow B \equiv \sim A \vee \sim B$

6. Leyes de MORGAN
   $\sim (A \wedge B) \equiv \sim A \vee \sim B$

   $\sim (A \vee B) \equiv \sim A \wedge \sim B$

7. Ley de involución (doble negación) :
   $\sim (\sim A) \equiv A$

8. Ley de idempotencia
   $A \vee A \equiv A$

   $A \wedge A \cong A$

9. Leyes conmutativas :
   $A \wedge B \equiv B \wedge A$

   $A \vee B \equiv B \vee A$

   $A \leftrightarrow B \equiv B \leftrightarrow A$

   $A \Delta B \cong B \Delta A$

10. Leyes asociativas:
    $(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$

    $(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$

    $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \equiv A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$

    $(A \Delta B) \Delta C \equiv A \Delta (B \Delta C)$

11. Leyes distributivas:
    $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

    $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

    $A \rightarrow (B \vee C) \equiv (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$

    $A \rightarrow (B \wedge C) \equiv (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$

12. Leyes bicondicionales:
    $A \leftrightarrow B \equiv (\sim A \vee B) \wedge (A \vee \sim B)$

    $A \leftrightarrow B \equiv (A \wedge B) \vee (\sim A \wedge \sim B)$

    $A \Delta B \cong \sim (A \leftrightarrow B)$

13. Leyes de transposición:
    $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

    $p \leftrightarrow q \equiv \sim q \leftrightarrow \sim p \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$

    $A \Delta B \cong \sim B \Delta \sim A \cong \sim A \Delta \sim B$

14. Otras:
    $\sim A \Delta B \cong A \leftrightarrow B$

    $A \Delta \sim B \cong A \leftrightarrow B$

    $\sim A \leftrightarrow B \cong A \Delta B$

    $A \leftrightarrow \sim B \cong A \Delta B$

    $(A \leftrightarrow B) \vee A \cong A \vee \sim B$

    $(A \leftrightarrow B) \wedge A \cong A \wedge B$

$(A \Delta B) \wedge A \cong A \wedge \sim B$

$(A \Delta B) \vee A \cong A \vee B$

$A \leftrightarrow V \cong A$

$A \leftrightarrow F \cong \sim A$

$A \Delta V \cong \sim A$

$A \Delta F \cong A$

EJERCICIOS RESUELTOS:

1.- Hallar el equivalente de "Si Roy es escritor entonces es matemático¨

Solución:

p: Roy es escritor

q: Roy es matemático

Simbología: $p \rightarrow q$

Su primer equivalente seria: $\sim p \vee q$

Se lee:

"Roy no es escritor o matemático"

Su segundo equivalente: $\sim (p \wedge \sim q)$

Se lee:

"No es cierto que Roy sea escritor y no sea matemático"

2.-Simplificar

$[(\sim p \wedge q) \rightarrow (r \wedge \sim s)] \wedge \sim q$

Solución:

$[\sim (\sim p \wedge q) \vee (r \wedge \sim s)] \wedge \sim q$ ……condicional

$[(p \vee \sim q) \vee (r \wedge \sim s)] \wedge \sim q$ ……Morgan

$[(r \wedge \sim s) \vee (p \vee \sim q)] \wedge \sim q$ ……conmutativa

$[\{(r \wedge \sim s) \vee p\} \vee \sim q] \wedge \sim q$ …...asociativa

$\sim q$ ..... absorción

Rpta $\sim q$

3. Demostrar que

$\sim [\sim (p \wedge q) \rightarrow \sim q] \vee p \equiv p \vee q$

Solución:

$\sim [(p \wedge q) \vee \sim q] \vee p$ ……condicional

$[\sim (p \wedge q) \wedge q] \vee p$ …..Morgan

$[(\sim p \vee \sim q) \wedge q] \vee p$ …...Morgan

$[q \wedge (\sim q \vee \sim p)] \vee p$ ……conmutativa

$[q \wedge \sim p)] \vee p$ ……absorción

$p \vee q$ ….. absorción

Rpta: Demostración correcta

4. ¿Es o no una Tautología?

$[(p \rightarrow q) \vee \sim p] \vee (\sim q \rightarrow p)$

Solución:

$[(\sim p \vee q) \vee \sim p] \vee (q \vee p)$ ….condicional

$[(\sim p \vee \sim p) \vee q] \vee (q \vee p)$ ….asociativa

$(\sim p \vee q) \vee (q \vee p)$ …… idempotencia

$(\sim p \vee p)$ v $(q$ v $q)$ ….. asociativa

V v (q vq) ……. Complemento

V

Rpta: Es una Tautología

5.- Simplificar

$\sim [\sim(p \wedge \sim q) \rightarrow p] \vee q$

Solución

$\sim [(p \wedge \sim q)$ v $p] \vee q$ …… condicional

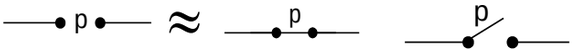
$\sim [p] \vee q$ …… absorción

$P \rightarrow q$ ……. condicional

Rpta $p \rightarrow q$

CIRCUITOS LÓGICOS

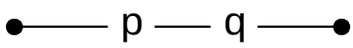
Un circuito Lógico es la representación gráfica de un conjunto de proposiciones, análogas a los circuitos eléctricos.
En un circuito lógico los interruptores vienen a ser las proposiciones simples que pueden dejar pasar o no la corriente.
REPRESENTACION:



Proposición Interruptor cerrado Interruptor abierto

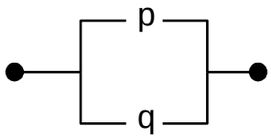
*El circuito funciona si “p” es verdadera(V), es decir, cuando el interruptor esta cerrado.
*El circuito no funciona si “p” es falsa(F), es decir, cuando el interruptor esta abierto.

CIRCUITOS EN SERIE
Consta de interruptores dispuestos uno a continuación de otro.



Expresión lógica: $p \wedge q$

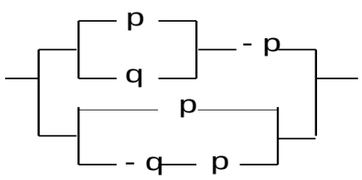
CIRCUITOS EN PARALELO
Constan de interruptores dispuestos en ramas diferentes, dependiendo de dos puntos comunes.



Expresión lógica: $p \vee q$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Simplificar:



A) p B) $p \rightarrow q$ C) $q \rightarrow p$ D) $p \vee q$ E) $p \wedge q$

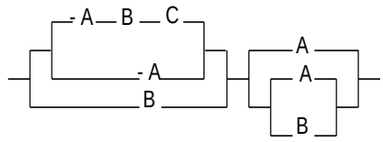
Solución

$[(p \vee q) \wedge -p] \vee [p \vee (- q \wedge p)]$

$(-p \wedge q) \vee p$

$p \vee q$ Rpta d)

2. Simplificar:



A) A v B B) B $\wedge$ A C)B D) ~A $\wedge$ B E)A

Solución

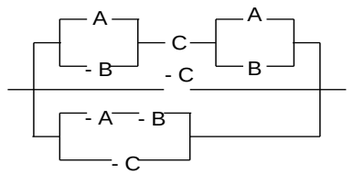
$\{[(-A \wedge B \wedge C) \vee -A] \vee B\} \wedge [A \vee (A \vee B)]$

$(-A \vee B) \wedge (A \vee B)$

B v F

B Rpta C) B

3. Reducir el siguiente circuito:



A) A B) B C) -B $\vee$ -C v A D) B $\vee$ C E) C

Solución

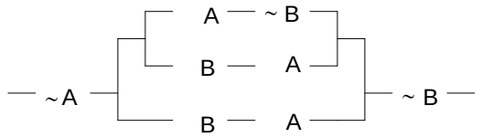
$[(A \vee -B) \wedge C \wedge (A \vee B)] \vee -C \vee [(-A \wedge -B) \vee -C]$

$[A \wedge C] \vee -C \vee [(-A \wedge -B) \vee -C]$

$-C \vee A \vee (-A \wedge -B)$

$-C \vee A \vee -B$ Rpta C)

4. Simplificar el siguiente circuito:



A) A B) B C) 1 D) 0 E) ~ A

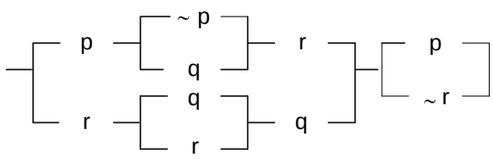
Solución:

$-A \wedge \{ [(A \wedge -B) \vee (B \wedge A)] \vee (B \wedge A)\} \wedge -B$

$-A \wedge (B \wedge A) \wedge -B$

F Rpta D)0

5. Simplificar:



A) q B) $p \wedge q \wedge r$ C) r D) p E) ~q

$\{[p \wedge (-pvq) \wedge r] v [r \wedge (qvr) \wedge q]\} \wedge (pv-r)$

$\{[(p \wedge q) \wedge r] v [r \wedge q]\} \wedge (pv-r)$

$(q \wedge r) \wedge (pv-r)$

$r \wedge p \wedge q$ Rpta B)

COMPUERTAS LOGICAS

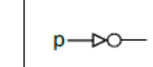
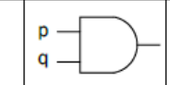
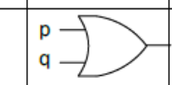
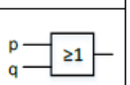
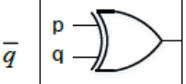
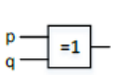
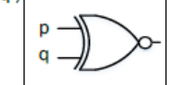
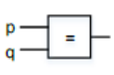
Compuertas lógicas, son los dispositivos que resumen la interconexión de conmutadores para procesar las leyes lógicas y ejecutar cálculos.

Compuertas lógicas son bloques de circuitos que producen señales de salida cuyas entradas solo pueden tomar dos niveles distintos de tensión.

(1 = Verdadero, 0 = Falso)

Las operaciones o funciones lógicas que participan en el diseño de compuertas son sólo tres: La negación, la conjunción, y la disyunción (incluyente o excluyente). Las demás fórmulas proposicionales son representadas mediante sus equivalencias, y las entradas dependen del número de variables que participan en la fórmula directa a diseñar.

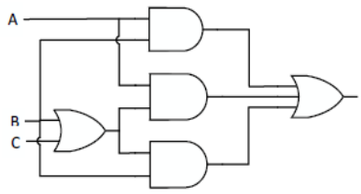
A continuación les daremos un cuadro resumen de las diferentes funciones y sus representaciones en el sistema americano (ASA) y sistema ISO

Funciones lógicas	*Formas lógicas*	*Compuerta Sistema ASA*	*Compuerta Sistema ISO*
Negación: *"NOT"*	~p $\overline{p}$ p'		
Conjunción o producto: *"AND"*	p ∧ q *p . q*		
Disyunción (inclusiva) o Suma:*"OR"*	p ∨ q *p + q*		
Disyunción (exclusiva) o Suma: *"XOR"*	p Δ q $\overline{p}$. q + p . $\overline{q}$ p'.q + p . q'		
Biimplicación o negación de la disyunción exclusiva *"NXOR"*	p ↔ q ≡ ~(p Δ q) *p.q* + $\overline{p}$. $\overline{q}$ p.q + p'q'		

~

EJERCICIOS RESUELTOS

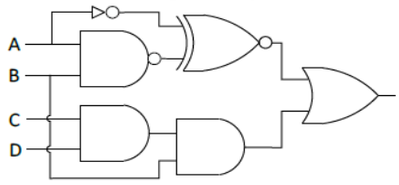
1.Simplificar



Solución
Formalizando
(A ∧ B) v [(B v C) ∧ A] v [(B v C) ∧ B]
(A ∧ B) v [(B vC) ∧ A] v B……absorción
B v [(B vC) ∧ A]……..distributiva
(B vC) ∧ (A v B) ……..distributiva
B v (C ∧ A)

Respuesta: B v (C ∧ A)

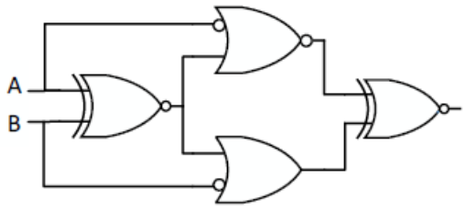
2.- El circuito lógico adjunto :



Se formaliza:
Solución:

[~ (A ∧ B)↔ ~ A] v [(C ∧ D) ∧B]

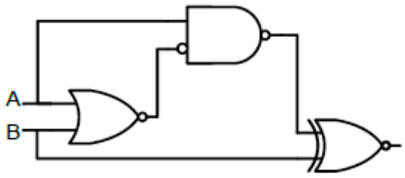
3.- La función principal del siguiente circuito es:



Solución
~ [(A↔B) v ~A] ↔ [(A↔B) v ~B]

Respuesta: La función principal es NXOR

4.- Simplificar

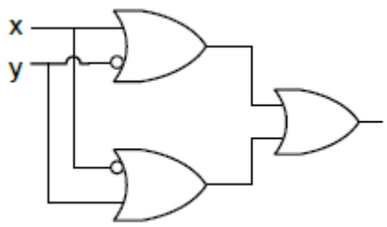


Solución:

$\sim\{\sim [\sim (A \vee B)] \wedge A\} \leftrightarrow B$
$\sim A \leftrightarrow B$
$A \Delta B$

Respuesta: $A \Delta B$

5. Simplificar



Solución

$(X \vee \sim Y) \vee (\sim X \vee Y)$
$X \vee \sim X \vee \sim Y \vee Y$
V v V
V
Respuesta: Verdadero

EQUIVALENCIAS LOGICAS

Definición:

Son esquemas bicondicionales y tautológicos. Es decir, las formulas A y B son equivalentes si y solo si las matrices principales de A y B son idénticas.

Formalmente sería así:

$$A \leftrightarrow B$$

LEYES EQUIVALENTES

1. Leyes asociativas:
   $(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$

   $(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$

   $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \equiv A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$

   $(A \Delta B) \Delta C \equiv A \Delta (B \Delta C)$

2. Leyes distributivas:
   $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

   $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

   $A \rightarrow (B \vee C) \equiv (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$

   $A \rightarrow (B \wedge C) \equiv (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$

3. leyes bicondicionales:
   $A \leftrightarrow B \equiv (A \wedge B) \vee (\sim A \wedge \sim B)$

   $A \leftrightarrow B \equiv (\sim A \vee B) \wedge (A \vee \sim B)$

   $A \Delta B \equiv (\sim A \vee \sim B) \wedge (A \vee B)$

   $A \Delta B \equiv (A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B)$

4. leyes de transposición:
   $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

   $p \leftrightarrow q \equiv \sim q \leftrightarrow \sim p \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$

   $A \Delta B \cong \sim B \Delta \sim A \cong \sim A \Delta \sim B$

5. $A \Delta B \cong \sim (A \leftrightarrow B)$
   $\sim A \Delta B \cong A \leftrightarrow B$

   $A \Delta \sim B \cong A \leftrightarrow B$

   $\sim A \leftrightarrow B \cong A \Delta B$

   $A \leftrightarrow \sim B \cong A \Delta B$

6. $(A \leftrightarrow B) \vee A \cong A \vee \sim B$
   $(A \leftrightarrow B) \wedge A \cong A \wedge B$

   $(A \Delta B) \wedge A \cong A \wedge \sim B$

   $(A \Delta B) \vee A \cong A \vee B$

7. $A \leftrightarrow V \cong A$
   $A \leftrightarrow F \cong \sim A$

   $A \Delta V \cong \sim A$

   $A \Delta F \cong A$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Determine el equivalente de
   $\sim (\sim q \Delta \sim p) \wedge \sim p$

   a)-p v -q b)$p \downarrow q$ c)$p \Delta q$ d)-($p \Delta q$)
   e)$p \leftrightarrow q$

   Solución:
   $\sim(p \Delta q) \wedge \sim p$
   $(p \leftrightarrow q) \wedge \sim p$
   $(\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \wedge \sim p$
   $\sim p \wedge (p \vee \sim q)$
   $\sim p \wedge \sim q$
   $p \downarrow q$

   Respuesta b)

2. Determinar el equivalente de
   $\{[(p \leftrightarrow q) \uparrow r] \rightarrow p\} \vee (s \rightarrow s)$
   a)-p ∧ -q b)-s →s c)p
   d)p→p e)0

   Solución

   $\{[(p \leftrightarrow q) \uparrow r] \rightarrow p\} \vee (-s \vee s)$
   $\{[(p \leftrightarrow q) \uparrow r] \rightarrow p\} \vee V$
   V
   La alternativa d es -p v p =V

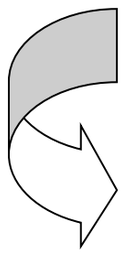
   Respuesta d)

FORMALIZACIÓN Y TRADUCCIÓN PROPOSICIONAL

Es el proceso mediante el cual escribimos una proposición verbal, es decir, en lenguaje natural, hacia una proposición formal utilizando para ello un lenguaje simbólico.

La formalización es el proceso que nos facilita la aplicación de leyes y reglas, y por ende el RAZONAR HUMANO.

FORMALIZACION



Si Camila toma buenas decisiones entonces será una mujer de éxito.

$p \rightarrow q$

Para esta operación debemos asignar variables y conectores a la proposición a formalizar, organizándolos con signos de agrupación.

Pasos para formalizar:
1. Explicitar o mostrar la forma lógica de las proposiciones.
2. Reemplazar cada proposición y cada nexo gramatical (y adverbio de negación) por sus respectivos símbolos.
3. Jerarquizar los operadores lógicos en función de la intensidad de pausa de los signos de puntuación y el sentido de la proposición.

Elementos de una proposición:

1) Variables proposicionales:
Son letras minúsculas tomadas generalmente de la 2da. mitad del alfabeto, es decir, desde "p" hasta "z", que sirven para representar a las proposiciones atómicas: p, q, r, s, t, … etc.

Se asignan en forma correlativa alfabética.

Ejemplo:

Formalizar: "Camila es deportista, cantante o actriz"

$p \vee q \vee r$ ……. CORRECTO
$r \vee p \vee q$ ……. INCORRECTO

2) Conectores Lógicos:
Son signos artificiales que representan a los nexos gramaticales que enlazan a las proposiciones simples.

Símbolos	Nombre	Lenguaje Común
– ~ ¬	Negador	"No"
∧ . x & ∩	Conjuntor	"y"
∨ + ∪	Disyuntor incluyente o débil	"y/o"
⊻ Δ ⊕ >--< <-/->	Disyuntor excluye o fuerte	"o … o …"
→ ⊃ ⇒	Implicador	"Si … entonces …"
← ⊂ ⇐	Replicador	"… porque …"
↔ ≡ = ⇔ ◊ †	Biimplicador o Bicondicionador	"… si y solo si"
↓	Inalterador	"ni … y ni …"
/ ↑	Incompatibilizador	"no … o no …"

En general los conectores se clasifican en 2 grupos:

a) **Conectores monarios (Monádicos**): son aquellos que se enlazan sólo a una proposición simple. Ejemplo:
"¬"

b) **Conectores binarios (Diádicos):** Son aquellos que enlazan a 2 proposiciones simples. Ejemplo:
"–", "~", "¬", "∧", ".", "x", "&", "∩", "∨", "+", "∪", "⊻", "Δ", "⊕", ">--<", "<-/->", "→", "⊃", "⇒", "←", "⊂", "⇐", "↔", "≡", "=", "⇔", "◊", "†", "↓", "/", "↑"

Nota: En general los conectores lógicos pueden ser también sinónimos de las formas básicas del lenguaje común ya estudiado.

Ejemplo: Para el conjuntor:
- Camila estudia Medicina ***y*** Larissa estudia Ingeniería Civil.
- Camila estudia Medicina ***pero*** Larissa estudia Ingeniería Civil.
- Camila estudia Medicina ***sin embargo*** Larissa estudia Ingeniería Civil.
- Camila estudia Medicina ***no obstante*** Larissa estudia Ingeniería Civil.

De aquí vemos que: ***y, pero, sin embargo, no obstante,*** son sinónimos para el conjuntor.

3) Signos de agrupación o colección:
Generalmente, son representados por los signos de puntuación, y el sentido de la proposición. Ejemplo:

Proposición Verbal: "Manuel es ingeniero civil o ingeniero mecánico, sin embargo, Martín es abogado."
Fórmula Proposicional (Formalización):

$$(p \vee q) \wedge r$$

Términos del lenguaje natural que designan operadores proposicionales:
Sean A y B proposiciones

NEGADOR: ~A, ¬A, - A

Este conectivo invierte el valor veritativo de una proposición. Es decir, la negación de una proposición verdadera es falsa y la negación de una proposición falsa es verdadera.

Términos que hacen referencia a un negador:

No A, nunca A, jamás A	Es falso que A
No acaece que A	Es mentira que A
Es negable que A	Es inconcebible que A
No ocurre que A	Es inadmisible que A
Es refutable A	Es innegable que no A
Es contradictorio que A	Es imposible que A
No acontece que A	

CONJUNTOR: A ∧ B; A . B; A & B; A x B

Se formaliza con un conjuntor a todo aquel término que da idea de que, sucede A y sucede B. Recuerda:

A	B	A ∧ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Términos que hacen referencia a un Conjuntor:

A y B	A aunque B
A con B	A sin embargo B
A incluso B	A tanto como B
A así mismo B	A también B
A al igual que B	No solo A también B
A no obstante B	A Además B
A a la par que B	A tal como B
A sino B	A pero B
Simultáneamente A con B	A aun cuando B
A vemos que también B	A es compatible con B
El que A no excluye que B	
Tanto A como cuanto B	

DISYUNTOR INCLUYENTE: A ∨ B; A + B

Se formaliza con un disyuntor incluyente a todo aquel término que da idea que sucede A o sucede B o ambas. Recuerda:

A	B	A ∨ B
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Términos que hacen referencia a un Disyuntor incluyente:

A o B	A o incluso B
A a no ser B	A a no ser que B
A y/o B	A o en todo caso B
A y bien o también B	A excepto que B
A a menos B	A salvo que B
A alternativamente B	A o bien B
A o sino B	A o también B

DISYUNTOR EXCLUYENTE: A Δ B; A ⩒ B; A >-< B

Se formaliza con un disyuntor excluyente a todo aquel término que da idea de que sucede A o sucede B, pero NO ambas. Recuerda:

A	B	A Δ B
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Términos que hacen referencia a un Disyuntor excluyente:

O A o B	A o solo B
A o solamente B	A o tan solo B
O bien A o bien B	A no biimplica a B
A no es equivalente a B	A o únicamente B
A a menos que solamente B	A o necesariamente B
A salvo que únicamente B	
A siempre y solamente B	
No es equivalente A con B	

CONDICIONAL:

Se formaliza con una condicional a todo aquel término que da idea de dependencia, causa-efecto, antes-después. En este punto es importante la ubicación del ANTECEDENTE y el CONSECUENTE.

Antecedente: proposición ubicada en donde empieza la flecha.
Consecuente: proposición ubicada en donde termina la flecha.

1. **<u>IMPLICADOR</u>: A → B; A ⊃ B; A ⇒ B**

Términos que hacen referencia a un implicador:

Si A entonces B	Como A, B
A implica a B	A por lo tanto B
A consecuentemente B	A luego B
Ya que A entonces B	A solo cuando B
Siempre que A entonces B	De A deviene B
Dado que A entonces B	A solo si B
Puesto que A entonces B	A condiciona a B

Ya que A bien se ve que B
En cuanto A por tanto B
Como quiera que A por lo cual B
A es condición suficiente para B

2. **<u>REPLICADOR:</u> A ← B; A ⊂ B**

Términos que hacen referencia a un replicador:

A, si B	A debido a que B
A porque B	A, si B
A siempre que B	A pues B
A cada vez que B	A dado que B
A ya que B	A puesto que B
A supone que B	A en vista que B
A deviene de B	A en razón de B

Para A es suficiente B
A se concluye (deduce, infiere) de B
Es condición necesaria A para B

<u>BIIMPLICADOR</u>: A ↔ B; A ≡ B

Se formaliza con un bicondicional a todo aquel término que da idea de doble dependencia, equivalencia o igualdad. Recuerda:

A	B	A ↔ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Términos que hacen referencia a un bicondicional:

A si y solo si B
A siempre y cuando B
A es igual que B
A es equivalente a B
A es idéntico que B
A es lo mismo que B
A porque y solamente B
A se define lógicamente como B
A es condición suficiente y necesaria para B
A es suficiente y B también
A implica y está implicado por B
Solo si A entonces B

Ejemplos:
Camila nació en Tacna o Piura, se formaliza:
"p ⊻ q"
Camila estudia medicina o solamente derecho:
"p ⊻ q"

<u>EJERCICIOS RESUELTOS:</u>

1. Si la proposición: "Es falso que, nos esforzamos y no aprobemos", es verdadera, entonces podemos afirmar:

   A) Aprobamos y no nos esforzamos
   B) Nos esforzamos y aprobamos.
   C) Aprobamos o no nos esforzamos.
   D) Nos esforzamos y aprobamos.
   E) Nos esforzamos o no aprobamos.

   Solución:

   Formalizamos la proposición:
   A: Nos esforzamos.
   B: Aprobamos.

   ~: No es cierto que …
   ∧: … y ...
   ~: ... no ...

   Estructuramos el esquema:
   $$\sim(A \wedge \sim B) \equiv \sim A \vee B$$

   Respuesta.-
   C) Aprobamos o no nos esforzamos.

2. La proposición: "Viajas a Puno a menos que no vayas a Lima", es falsa si:

   A) No viajas a Puno ni a Lima.
   B) Viajas a Puno además de Lima.
   C) Viajas a Puno y no a Lima.
   D) No viajas a Puno y si a Lima.
   E) No se puede determinar.

   Solución:

   Formalizamos la proposición:
   p: Viajas a Puno.
   q: Vas a Lima.
   ∨: … a menos que …
   ~: … no …

   Estructuramos el esquema, y anteponemos la negación ya que nos dicen que es falsa:
   $$\sim (p \vee \sim q) = \sim p \wedge q$$

   Respuesta.-
   D) No viajas a Puno y si a Lima.

3. Dadas las proposiciones:
p: Andrea va a la fiesta.
q: Andrea estudia para el examen de admisión.
r: Andrea aprueba sus cursos.

Simbolizar:
"Si Andrea va a la fiesta entonces no estudiará para el examen de admisión, sin embargo, no es el caso que vaya a la fiesta y aprueba sus cursos. De lo cual se colige que Andrea estudia para el examen de admisión."

A) $[(p \to q) \wedge \sim (p \wedge r)] \to q$
B) $[(p \to q) \vee \sim (p \wedge r)] \to \sim q$
C) $[(p \to q) \wedge \sim (p \wedge r)] \to \sim q$
D) $[(\sim p \to q) \vee \sim (p \wedge r)] \to q$
E) $[(p \to \sim q) \wedge \sim (p \wedge r)] \to q$

Solución:

Como ya tenemos las proposiciones, solo formalizamos los conectivos lógicos:

$\to$: Si …. entonces …
$\sim$: … no …
$\wedge$: … sin embargo ...
$\sim$: ... no es el caso que ...
$\wedge$: … y ...
$\to$: … De lo cual se colige que …

Estructuramos el esquema:
$[(p \to \sim q) \wedge \sim (p \wedge r)] \to q$

Respuesta.-
E) $[(p \to \sim q) \wedge \sim (p \wedge r)] \to q$

4. La proposición: "Que los partidos políticos sean democráticos es una condición suficiente y necesaria para que no exista el clasismo". Se formaliza como:

A) $p \leftrightarrow \sim q$ B) $p \leftarrow q$ C) $p \leftrightarrow q$
D) $p \to \sim q$ E) $p \Delta q$

Solución:

Formalizamos la proposición:
p: Los partidos políticos son democráticos.
q: Existe el clasismo.

$\leftrightarrow$: … es una condición suficiente y necesaria para ...
$\sim$: .. no …

Estructuramos el esquema: $p \leftrightarrow \sim q$

Respuesta.- A) $p \leftrightarrow \sim q$

5. El argumento: "Eres ingeniero o tal vez licenciado. Empero no eres licenciado. Por tanto, eres ingeniero". Se simboliza:

A) $[(p \to q) \wedge -q] \wedge p$
B) $[(pvq) \wedge -q] \to p$
C) $[(p \leftrightarrow q) \wedge -q] \wedge p$
D) $[(pvq) \wedge -q] \wedge p$
E) $[(pvq) \vee -q] \to p$

Solución:

Formalizamos la proposición:
p: Eres ingeniero.
q: Eres licenciado.

$\vee$: … o tal vez …
$\wedge$: … Empero …
$\sim$: .. no …
$\to$: … Por tanto …

Estructuramos el esquema:
$$[(pvq) \wedge -q] \to p$$

Respuesta.- B) $[(pvq) \wedge -q] \to p$

6. Simbolizar: "Canadá es un país norteamericano tanto como México, aunque Brasil no lo es. Luego Brasil es sudamericano".

A) $[\ (\ p \to q\ ) \wedge \sim r\ ] \to s$
B) $[\ (\ p \wedge q\ ) \wedge \sim r\ ] \to s$
C) $[\ (\ p \to q\ ) \to \sim r\ ] \to q$
D) $[\ (\ p \wedge q\ ) \to \sim r\ ] \to q$
E) $[\ (\ p \wedge \sim q\ ) \wedge \sim r\ ] \to s$

Solución:

Formalizamos la proposición:
p: Canadá es un país norteamericano.
q: México es un país norteamericano.
r: Brasil es un país norteamericano.
s: Brasil es un país sudamericano.

$\wedge$: … tanto como …
$\wedge$: … aunque …
$\sim$: … no lo es ...
$\to$: …. luego …

Estructuramos el esquema:
$$[\ (\ p \wedge q\ ) \wedge \sim r\ ] \to s$$

Respuesta.- B) $[\ (\ p \wedge q\ ) \wedge \sim r\ ] \to s$

REGLAS DE INFERENCIA O LEYES DE IMPLICACIÓN

Uno de los objetivos importantes de la Lógica es la inferencia o deducción de conclusiones a partir de un conjunto de premisas. Para hacer estas deducciones son necesarias ciertas reglas de inferencia.

Estas reglas operan igual que las reglas de cualquier juego, permitiendo hacer ciertos movimientos, cada movimiento permitido por las reglas es un paso en inferencia; una proposición se puede deducir si se han dado otras proposiciones.

En las demostraciones formales o deducciones se justifica cada paso de inferencia haciendo referencia a la regla particular de inferencia que permite aquel paso. Las reglas de lógica no son, evidentemente, reglas elegidas al azar, son de tal forma que sólo permiten hacer inferencias válidas.

Una inferencia valida es consecuencia lógica de las premisas. Esto significa que, si las premisas son ciertas, la conclusión que se sigue ha de ser también cierta.

Para proseguir en el estudio de la lógica es esencial estar muy familiarizado no solo con la idea misma de inferencia valida, sino también con cada regla particular de inferencia que permite realizar un paso lógico. Si no se conocen bien estas reglas lógicas no se es capaz de planear una estrategia que ayudara a alcanzar la conclusión deseada, estas reglas son:

1. **Modus Ponendo Ponens (MPP):**

   Su forma simbólica es:
   $$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{A} \\ B \end{array}$$
   Su forma implicativa es:

   $$[(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$$

2. **Modus Tollendo Tollens (MTT):**

   Su forma simbólica es:
   $$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{\sim B} \\ \sim A \end{array}$$
   Su forma implicativa es:

   $$[(A \rightarrow B) \wedge \sim B] \rightarrow \sim A$$

3. **Silogismo Hipotético (SH):**

   Su forma simbólica es:
   $$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{B \rightarrow C} \\ A \rightarrow C \end{array}$$

   Su forma implicativa es:

   $$[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$$

4. **Regla de la Simplificación (S):**

   Su forma simbólica es:
   $$\frac{A \wedge B}{B} \quad ; \quad \frac{A \wedge B}{A}$$

   Su forma implicativa es:

   $$(A \wedge B) \rightarrow B \quad ; \quad (A \wedge B) \rightarrow A$$

5. **Regla de la Conjunción (C):**

   Su forma simbólica es:
   $$\begin{array}{l} A \\ \underline{B} \\ A \wedge B \end{array}$$

   Su forma implicativa es:

   $$(A \wedge B) \rightarrow (A \wedge B)$$

6. **Regla de la adición (A):**

   Su forma simbólica es:
   $$\frac{A}{A \vee B}$$

   Su forma implicativa es:

   $$A \rightarrow (A \vee B)$$

7. **Modus Ponendo Tollens (MPT):**

   Su forma simbólica es:
   $$\begin{array}{l} A \,\Delta\, B \\ \underline{A} \\ \sim B \end{array}$$

   Su forma implicativa es:

   $$[(A \,\Delta\, B) \wedge A] \rightarrow \sim B$$

8. **Modus Tollendo Ponens (MTP):**

   Su forma simbólica es:
   $$\begin{array}{l} A \,\Delta\, B \\ \underline{\sim A} \\ B \end{array}$$

   Su forma implicativa es:

   $$[(A \,\Delta\, B) \wedge A] \rightarrow \sim B$$

INFERENCIA LÓGICA - TRADUCCIÓN

La inferencia es una estructura de proposiciones donde a partir de uno o más proposiciones llamadas premisas, se obtiene otras proposiciones llamada conclusión. La inferencia expresada en lenguaje natural es un argumento.

Inferencia: Premisas $\rightarrow$ Conclusión

Analizar la validez o invalidez lógica de la inferencia es la tarea primordial de la lógica.

Un argumento es la proposición que se forma al unir mediante una condicional, la conjunción de las premisas y la conclusión.

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge ... \wedge P_n) \rightarrow C$$

Al analizar una inferencia para determinar su validez, se determina el esquema al cual pertenece el argumento. Si el esquema es tautológico, la inferencia es válida; si resulta contradictorio o inconsistente, la inferencia es inválida.

EJERCICIOS RESUELTOS:

1. Dadas las premisas:
   P_1: $\sim(r \vee s)$
   P_2: $q \rightarrow s$
   Se infiere:

   a) $\sim q \wedge r$ b) $\sim q \rightarrow \sim r$ c) $\sim r \rightarrow q$
   d) $\sim r \wedge \sim q$ e) $r \vee q$

   Solución:
   Del enunciado tenemos:
   (1) $\sim(r \vee s) \equiv \sim r \wedge \sim s$
   (2) $q \rightarrow s$
   (3) $\sim s$ S: (1)
   (4) $\sim r$ S: (1)
   (5) $\sim q$ MTT: (2), (3)
   (6) $\sim r \wedge \sim q$ C: (4), (5)

   Rpta.- d) $\sim r \wedge \sim q$

2. De las premisas:
   P_1: $\sim p \rightarrow q$
   P_2: $\sim r \rightarrow s$
   P_3: $\sim p \vee \sim r$
   P_4: $q \rightarrow u$
   Se concluye:

   a) $q \wedge s$ b) $\sim q$ c) $\sim s$
   d) $q \wedge r$ e) $u \vee s$

   Solución:
   Del enunciado tenemos:
   (1) $\sim p \rightarrow q$
   (2) $\sim r \rightarrow s$
   (3) $\sim p \vee \sim r$
   (4) $q \rightarrow u$
   (5) $\sim s \rightarrow q \equiv q \vee s$ SD: (1), (2), (3)
   (6) $\sim s \rightarrow u$ SH: (4), (5)

   Rpta.- e) $u \vee s$

3. De las premisas:
   P_1: $\sim s \rightarrow q$
   P_2: $\sim(t \wedge z)$
   P_3: $s \rightarrow (t \wedge z)$
   Se infiere en:

   a) $s \rightarrow \sim q$ b) q c) $\sim t$
   d) $t \wedge \sim s$ e) $s \wedge q$

   Solución:
   Del enunciado tenemos:
   (1) $\sim s \rightarrow q$
   (2) $\sim(t \wedge z)$
   (3) $s \rightarrow (t \wedge z)$

(4) ~s MTT: (2), (3)
(5) q MPP: (1), (4)

Rpta.- b) q

4. De las premisas:
P_1: $p \rightarrow q$
P_2: $\sim q \vee r$
P_3: $\sim r$
Se concluye:

a) ~p b) ~q c) t
d) ~t e) q

Solución:
Del enunciado tenemos:
(1) $p \rightarrow q$
(2) $q \rightarrow r \equiv \sim q \vee r$
(3) ~r
(4) $p \rightarrow r$ SH: (1), (2)
(5) ~p MTT: (3), (4)

Rpta.- a) ~p

5. Del siguiente esquema formal:
$(\sim p \vee q) \wedge (\sim p \rightarrow r) \wedge \sim r$
Se concluye que:

a) ~q b) r c) ~p
d) q e) $\sim p \wedge \sim r$

Solución:
Del enunciado tenemos:
(1) $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
(2) $\sim r \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow r$
(3) ~r
(4) $\sim r \rightarrow q$ SH: (1), (2)
(5) q MPP: (3), (4)

Rpta.- d) q

6. "Si Larissa es universitaria, entonces estudia una carrera profesional. Aunque se tiene que Larissa es universitaria", se concluye que:

A) Larissa estudia una carrera profesional.
B) Es universitaria.
C) Estudia Ingeniería Civil.
D) No es universitaria.
E) Larissa no estudia una carrera profesional.

Solución:

Ordenamos las premisas:
P_1: Si Larissa es universitaria, entonces estudia una carrera profesional.
P_2: Larissa es universitaria.

Simbolizamos:
(1) $p \rightarrow q$
(2) p
C: q MPP: (1), (2)

q: Larissa estudia una carrera profesional.

Respuesta: A) Larissa estudia una carrera profesional.

7. Eres escéptico, pues careces de ideales. Pero si careces de ideales, entonces:

A) No eres escéptico.
B) Careces de ideales.
C) No careces de ideales.
D) Eres escéptico.
E) Eres reaccionario.

Solución:

Ordenamos las premisas:
P_1: Eres escéptico, pues careces de ideales.
P_2: Careces de ideales.

Simbolizamos:
(1) $q \leftarrow p$
(2) p
C: q MPP: (1), (2)

q: Eres escéptico.

Respuesta: D) Eres escéptico.

Los cuantificadores también llamados CUANTORES son los símbolos que determinan la cantidad de una proposición categórica y son de dos tipos:

1. **Cuantificador Universal: ∀ x**
   (Universalizador o generalizador)

   Se lee:
   "Para todo x ∈ A, P(x) es verdadero"

   Y se simboliza como:
   "∀x ∈ A, P(x)"

$$\frac{\forall\ x\ P(x)}{P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge \ldots. \wedge P(n)}$$

   Para todo x
   Para cada x
   Para cualquier x
   Cualquiera que sea x
   Sean todos los x
   Para cada una de las x.

2. **Cuantificador Existencial: ∃ x**
   (Particulazador o existencializador)

   Se lee:
   "Existe algún x ∈ A, tal que P(x) es cierta"

   Y se simboliza como:
   "∃x ∈ A, P(x)"

$$\frac{\exists\ x\ P(x)}{P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee \ldots. \vee P(n)}$$

   Existe x
   Algunos x
   Exista al menos un x
   Tantos, ciertos, muchos x
   Existe por lo menos un x
   Pocos, muchos x
   Hay al menos un x que.

   "∃! x ∈ A, tal que p(x) es cierta"
   Se lee: existe un único, x que pertenece a A, tal que cumple p(x)

EJERCICIOS RESUELTOS:

1.- En el conjunto de los enteros positivos, indicar el valor de verdad de:
I. ∀ x ∈ Z^+; $x^2 - 6x + 5 = 0$
II. ∃ x ∈ Z^+; $x^2 - 6x + 5 = 0$

A) FF B) FV C) VV
D) VF E) Ninguno

Solución:
I. ∀ x ∈ Z^+; $x^2 - 6x + 5 = 0$
Si x = 10, entonces: $10^2 - 6(10) + 5 = 0$
$100 - 60 + 5 = 0$
$45 = 0$, es Falso (F)
II. ∃ x ∈ Z^+; $x^2 - 6x + 5 = 0$
Si x = 1, entonces: $1^2 - 6(1) + 5 = 0$
$1 - 6 + 5 = 0$
$0 = 0$, es Verdadero (V)

Rpta.- B) FV

2.- Sea: $A = \{-1,0,1\}$;
$p : \forall x \in A : x^2 \in A$
$q : \exists x \in A : x^{-1} \notin A$
$r : \forall x \in A : (x^2 - x) \in A$
Los valores de verdad son respectivamente:

A) FFF B) FVF C) VVV
D) VFV E) VVF

Solución:
Si: $A = \{-1,0,1\}$;
$p : \forall x \in A : x^2 \in A$
Si x = -1, reemplazamos en: $(-1)^2 \in A$
$1 \in A$, Verdadero (V)
$q : \exists x \in A : x^{-1} \notin A$
Si x = 2, reemplazamos en: $(2)^{-1} \notin A$
$1/2 \notin A$, Verdadero (V)
$r : \forall x \in A : (x^2 - x) \in A$
Si x = -1, reemplazamos en:
$(-1)^2 - (-1) \in A$
$1 + 1 \in A$
$2 \in A$, Falso (F)

Rpta.- E) VVF

3.- Determinar el valor de verdad de:

$p: \exists x \in R: (1 - x^2) \geq 0$

$q: \forall x \in R: -x^2 \leq 0$

$r: \exists x \in R: x^2 \leq 0$

A) FFF B) FVF C) FVV
D) VFV E) VVV

Solución:

$p: \exists x \in R: (1 - x^2) \geq 0$

Si x = 0, reemplazamos en: $(1 - x^2) \geq 0$

$(1 - 0^2) \geq 0$

$1 \geq 0$, Verdadero (V)

$q: \forall x \in R: -x^2 \leq 0$

Si x = 0, reemplazamos en: $-x^2 \leq 0$

$-0^2 \leq 0$

$0 \leq 0$, Verdadero (V)

$r: \exists x \in R: x^2 \leq 0$

Si x = 0, reemplazamos en: $x^2 \leq 0$

$0^2 \leq 0$

$0 \leq 0$, Verdadero (V)

Rpta.- E) VVV

4.- Sea: $A = \{0,1,2,3\}$;

¿Cuáles son verdaderas?

1. $\forall x \in A: x^3 > 0$
2. $\exists y \in A: y^2 \leq y$
3. $\forall x \in A: (1 - x)^2 \geq 0$

A) 1 y 2 B) 1 y 3 C) 2 y 3
D) Todas E) Ninguna

Solución:

1. $\forall x \in A: x^3 > 0$

Si x = 0, reemplazamos en: $x^3 > 0$

$0^3 > 0$

$0 > 0$, Falso (F)

2. $\exists y \in A: y^2 \leq y$

Si x = 1, reemplazamos en: $y^2 \leq y$

$1^2 \leq 1$

$1 \leq 1$, Verdadero (V)

3. $\forall x \in A: (1 - x)^2 \geq 0$

Si x = 1, reemplazamos en: $(1 - x)^2 \geq 0$

$(1 - 1)^2 \geq 0$

$0^2 \geq 0$

$0 \geq 0$, Verdadero (V)

Rpta.- C) 2 y 3

5.- Sean los conjuntos:

A = { x ∈ R/ $x^2 - 9 = 0$ }

B = { x ∈ R/ $x^2 + 9 = 0$ }

C = { x ∈ R/ $a^{x+1} = 1$ }

Determinar el valor de verdad de:

I. ∃ x ∈ N/ x ∈ (A - B);

II. ∃ x ∈ N/ x ∈ (B Δ C);

III. ∃ x ∈ N/ x ∈ (B ∩ C);

A) FFF B) FVF C) FFV
D) VFF E) VVF

Solución:

A = { x ∈ R/ $x^2 - 9 = 0$ } = {-3; 3}

B = { x ∈ R/ $x^2 + 9 = 0$ } = {ϕ}

C = { x ∈ R/ $a^{x+1} = 1$ } = {-1}

Determinemos el valor de verdad de:

I. ∃ x ∈ N/ x ∈ (A - B)

A - B = {-3; 3}, 3 ∈ N, ∴ es Verdadero (V)

II. ∃ x ∈ N/ x ∈ (B Δ C)

B Δ C = {-1}, -1 ∉ N, ∴ es Falso (F)

III. ∃ x ∈ N/ x ∈ (B ∩ C)

B ∩ C = {-1}, -1 ∉ N, ∴ es Falso (F)

Rpta.- D) VFF

6.- Sea: A = { -2, -1, 0, 1, 2 };

p: ∃ x ∈ A: $(x - 1)^3 \in A$

q: ∀ x ∈ A: $x^2 > 0$

r: ∃ x ∈ A: $x^2 - x - 6 = 0$

Los valores de verdad son:

A) FFF B) FVF C) VFV
D) VFF E) VVF

Solución:

p: ∃ x ∈ A: $(x - 1)^3 \in A$

Si x = 1, reemplazamos en: $(x - 1)^3 \in A$

$(1 - 1)^3 \in A$

$(0)^3 \in A$

$0 \in A$, Verdadero (V)

q: ∀ x ∈ A: $x^2 > 0$

Si x = 0, reemplazamos en: $x^2 > 0$

$0^2 > 0$

$0 > 0$, Falso (F)

r: ∃ x ∈ A: $x^2 - x - 6 = 0$

Si x = -2, reemplazamos en: $x^2 - x - 6 = 0$

$(-2)^2 - (-2) - 6 = 0$

$4 + 2 - 6 = 0$

$0 = 0$, Verdadero (V)

Rpta.- C) VFV

FORMALIZACIÓN DE PREDICADOS

La lógica de predicados estudia la estructura interna de las proposiciones, haciendo un análisis de los elementos que los componen.

La lógica cuantificacional predicativa o de los términos (clases o conjuntos) es aquella que permite hacer un análisis más profundo, refinado y riguroso que la lógica proposicional.

La razón básica es que esta lógica permite el análisis de la Cantidad y Cualidad de las proposiciones llamadas categóricas.

Elementos de la formalización:

1. El cuantificador que se representa por una "∀", cuando es de cantidad universal y "∃" cuando es de cantidad particular.
2. El símbolo "x" que es la variable individual y que representa el universo de discurso.
3. Las variables predicativas o letra predicativa que está representada por la primera letra del predicado.
4. Los operadores proposicionales, se usan cuando la formula tiene dos predicados; siendo los operadores "→"; "∨" cuando es universal e "∧" cuando es particular.

El cuantificador en una Proposición Categórica:

1. Univerzalizador, Generalizador o Cuantificador Universal:
   "Para todo x"
   Designa a una proposición universal, ya sea afirmativa o negativa.
   Símbolo: ∀x.

   Traducciones verbales:

   Universal Afirmativo:
   - Cada uno de los x
   - Cualquier x
   - Quienquiera que sea x
   - Para todo x
   - Para cada x
   - Todos y cada uno de los x
   - Cada uno, cualquier y todos los x
   - El 100% de los x
   - Los(las) x
   - El x
   - Todos sin excepción de los x
   - Para cualquier x
   - Cualquiera que sea x
   - La totalidad de x
   - Sea cualquier x
   - Todo que sea x
   - Sean todos los x
   - Para cada una de las x

   Universal Negativo:
   - Ningún x
   - Ni siquiera un x
   - Nadie que sea x
   - Ni al menos un x
   - Ni un x

2. Particularizador o Existencializador:
   "Algunos x"
   Designa a una proposición particular, ya sea afirmativa o negativa.
   Símbolo: ∃x.

   Traducciones verbales:

   Particular Afirmativo:
   - Existe un x
   - Algunos x
   - Hay x
   - Existe al menos un x
   - Tantos, ciertos, muchos x
   - Existe por lo menos un x
   - Pocos, muchos x
   - Hay al menos un x que
   - El 1% de x
   - El 99% de x
   - Varios x
   - Al menos un x
   - Alguien, algo, alguno que sea x
   - Determinados x
   - Más de dos x

Proposiciones Categóricas de 01 y 02 predicados:

Proposiciones categóricas de:		01 Predicado
Cantidad y cualidad	Forma Lingüística	Forma Cuantificacional
Universal afirmativo	Todos son "P"	∀x (Px)
Universal negativo	Ninguno es "P"	∀x (~Px)
Particular afirmativo	Alguno es "P"	∃x (Px)
Particular negativo	Alguno no es "P"	∃x (~Px)

Proposiciones categóricas de:		02 Predicados
Cantidad y cualidad	Forma Lingüística	Forma Cuantificacional
Universal afirmativo	Todos los "S" son "P"	∀x(Sx → Px)
Universal negativo	Ningún "S" es "P"	∀x(Sx → ~Px)
Particular afirmativo	Algún "S" es "P"	∃x(Sx ∧ Px)
Particular negativo	Algún "S" no es "P"	∃x(Sx ∧ ~Px)

Una proposición cuantificada normalmente posee una equivalencia en 2 universos:

1) Equivalencias en un universo infinito o no definido

Sin sujetos o elementos específicos dentro de una clase.

Proposiciones categóricas de:		**01 Predicado**	
Cantidad y cualidad	**Forma Lingüística**	**Forma Cuantificacional**	**Negación**
Universal afirmativo	Todos son "P"	$\forall x\,(Px)$	$\exists x\,(\sim Px)$
Universal negativo	Ninguno es "P"	$\forall x\,(\sim Px)$	$\exists x\,(Px)$
Particular afirmativo	Alguno es "P"	$\exists x\,(Px)$	$\forall x\,(\sim Px)$
Particular negativo	Alguno no es "P"	$\exists x\,(\sim Px)$	$\forall x\,(Px)$

Proposiciones categóricas de:		**02 Predicados**	
Cantidad y cualidad	**Forma Lingüística**	**Forma Cuantificacional**	**Negación**
Universal afirmativo	Todos los "S" son "P"	$\forall x(Sx \rightarrow Px)$	$\exists x(Sx \wedge \sim Px)$
Universal negativo	Ningún "S" es "P"	$\forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$	$\exists x(Sx \wedge Px)$
Particular afirmativo	Algún "S" es "P"	$\exists x(Sx \wedge Px)$	$\forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$
Particular negativo	Algún "S" no es "P"	$\exists x(Sx \wedge \sim Px)$	$\forall x(Sx \rightarrow Px)$

2) Equivalencias en un universo finito o definido

Con sujetos o elementos específicos y definidos dentro de una clase.

Para 01 predicado:

A) Definición del Universalizador:

Ejemplo: La proposición:
"Cualquiera es postulante"

$$\frac{\forall x(Px)}{Pa \wedge Pb \wedge Pc \wedge \ldots \wedge Pn}.$$

Equivale a:
Andrea es postulante, Bertha es postulante y también, Carlos es postulante.

B) Definición del Existencializador:

Ejemplo: La proposición:
"Bastantes son perspicaces"

$$\frac{\exists x(Px)}{Pa \vee Pb \vee Pc \vee \ldots \vee Pn}.$$

Equivale a:
Alberto es perspicaz, Beto es perspicaz salvo que Carmen es perspicaz.

Para 02 predicados:

A) Distribución del Universalizador:
Ejemplo:
La proposición:
"Cualquiera es postulante del mismo modo como estudiante"

$$\frac{\forall x(Ax \wedge Bx)}{\forall x(Ax) \wedge \forall x(Bx)}.$$

Equivale a:
Todos son postulantes al igual que todos son estudiantes.

B) Distribución del Existencializador:
Ejemplo:
La proposición:
"Algunos son inteligentes a menos que dedicados"

$$\frac{\exists x(Ax \vee Bx)}{\exists x(Ax) \vee \exists x(Bx)}.$$

Equivale a:
Ciertos son inteligentes salvo que pocos son dedicados.

<u>Ejercicios resueltos:</u>

1. "El 0% de físicos no son profesionales", se formaliza como:

A) $\forall x(\sim Fx \rightarrow Px)$ B) $\forall x(\sim Fx \rightarrow Px)$
C) $\forall x(Fx \rightarrow \sim\sim Px)$ D) $\exists x(Fx \rightarrow Px)$
E) $\exists x(\sim Fx \rightarrow \sim Px)$

Solución:
Formalizamos la proposición dada:
$\forall x(\quad \rightarrow \sim \quad)$: El 0% de...
$(Mx \rightarrow \sim Px)$: … físicos son no profesionales.

Respuesta: C) $\forall x(Fx \rightarrow \sim\sim Px)$

2. La traducción correcta de la fórmula:

$$\sim\exists x(\sim Sx \wedge \sim Px)$$

1) No hay astrónomos que son profesionales.
2) No acaece que la mayoría de no profesionales son insensatos.
3) No muchos insensatos no son políticos.
4) Todos los no sacerdotes son casados.

Son falsas:

A) 1, 2 B) 2, 3 C) 1 y 4
D) 2, 3, 4 E) Todas

Solución:
Formalizamos las proposiciones dadas:

1) No hay astrónomos que son profesionales.
   $\sim\exists x(Sx \wedge Px)$
2) No acaece que la mayoría de no profesionales son insensatos.
   $\sim\exists x(\sim Sx \wedge \sim Px)$
3) No muchos insensatos no son políticos.
   $\sim\exists x(\sim Sx \wedge \sim Px)$
4) Todos los no sacerdotes son casados.
   $\forall x(\sim Sx \rightarrow Px)$

Respuesta: C) 1 y 4

3. "Todos no son analfabetos", equivale a:

1. No, hay analfabetos.
2. Todos son alfabetos.
3. Ninguno no es alfabetos.
4. Es falso que, algunos sean analfabetos.
5. Es cierto que quienquiera que sea es alfabeto.

Son ciertas:

A) 1, 2 y 3 B) 2, 4 y 5 C) 1, 3 y 4
D) 1, 3 y 5 E) Todas

Solución:

Formalizamos la proposición dada:
$\forall x(\sim\sim Ax)$: Todos no son analfabetos.

Analizando las alternativas:
1. $\sim[\exists x(\sim Ax)]$: No, hay analfabetos.
2. $\forall x(Ax)$: Todos son alfabetos.
3. $\forall x(\sim\sim Ax)$: Ninguno no es alfabetos.
4. $\sim[\exists x(\sim Ax)]$: Es falso que, algunos sean analfabetos.
5. $\forall x(Ax)$: Es cierto que quienquiera que sea es alfabeto.

Respuesta: E) Todas

4. "Escasos no son rudos". Equivale a:

1. Ninguno no es rudo.
2. Pocos si son no rudos.
3. Cualquiera que sea no es no rudo.
4. No ocurre que, nadie no sea rudo.
5. Es falso que, todos y cada uno son rudos.

Son ciertas:

A) 2, 4 y 5 B) 1, 3 y 5 C) 1, 2 y 4
D) 1, 3 y 4 E) 2, 3 y 5

Solución:

Formalizamos la proposición dada:
$\exists x(\sim Rx)$: Escasos no son rudos.

Analizando las alternativas:
1. $\forall x(\sim\sim Rx)$: Ninguno no es rudo.
2. $\exists x(\sim Rx)$: Pocos si son no rudos.
3. $\forall x(\sim\sim Rx)$: Cualquiera que sea no es no rudo.
4. $\sim[\forall x(\sim\sim Rx)]$: No ocurre que, nadie no sea rudo.
5. $\sim[\forall x(Rx)]$: Es falso que, todos y cada uno son rudos.

Respuesta: A) 2, 4 y 5

5. "Existen profesionales que no son médicos", su negación es:

A) Todos los médicos son profesionales
B) Existen médicos que no son profesionales
C) Todos los profesionales son médicos
D) Ningún médico es profesional
E) Algún médico es profesional.

Solución:

Formalizamos la proposición dada:
$\exists x(Px \wedge \sim Mx)$: Existen profesionales que no son médicos.
Su negación:
$\sim[\exists x(Px \wedge \sim Mx)] = \forall x(Px \rightarrow Mx)$

Analizando las alternativas:
C) Todos los profesionales son médicos:
   $\forall x(Px \rightarrow Mx)$

Respuesta: C)

6. "No todos los ingenuos son incapaces", equivale decir que:

1. Algunos ingenuos son capaces.
2. No todos los capaces no son ingenuos.
3. Muchos ingenuos no son incapaces.
4. Es cierto que hay ingenuos que no son capaces.
5. Es falso que, ningún incapaz sea ingenuo.

Son ciertas:

A) 1, 2 y 3 B) 2, 3 y 4 C) 2 y 3
D) 2, 4 y 5 E) Todas

Solución:

Formalizamos la proposición dada:

$\sim\forall x(Ix \rightarrow \sim Cx)$: No todos los ingenuos son incapaces.
$\sim\forall x(Ix \rightarrow \sim Cx) = \exists x(Ix \wedge Cx)$

Analizando las alternativas:

1. $\exists x(Ix \wedge Cx)$: Algunos ingenuos son capaces.
2. $\sim\forall x(Cx \rightarrow \sim Ix)$: No todos los capaces no son ingenuos.
3. $\exists x(Ix \wedge \sim\sim Cx)$: Muchos ingenuos no son incapaces.
4. $\exists x(Ix \wedge \sim Cx)$: Es cierto que hay ingenuos que no son capaces.
5. $\sim[\forall x(\sim Cx \rightarrow \sim Ix)$: Es falso que, ningún incapaz sea ingenuo.

Respuesta: A)

SILOGISMO CATEGÓRICO

Es un razonamiento o inferencia mediata que consta de tres proposiciones categóricas, las dos primeras llamadas premisas y la tercera conclusión.

Método práctico para resolver silogismos categóricos:

1.- Si las premisas son Universales Implicativas, se aplica la regla del *silogismo categórico:*

P_1: $\forall x\ (Ax \rightarrow Bx)$
P_2: $\forall x\ (Bx \rightarrow Cx)$
C: $\forall x\ (Ax \rightarrow Cx)$

2.- Si las premisas son combinadas: universal – particular, se aplican en orden sucesivo 3 reglas: simplificación, modus ponendo ponens o modus tollendo tollens y conjunción:

P_1: $\forall x\ (Ax \rightarrow Bx)$
P_2: $\exists x\ (Ax \wedge Cx)$
C: $\exists x\ (Bx \wedge Cx)$

Reglas del silogismo:

Premisas	U U	U P	P P	+ +	+ -	- -
Conclusión	U	P	No válida	+	-	No válida

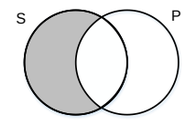
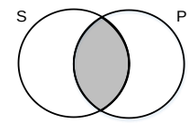
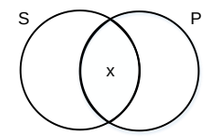
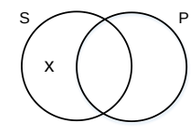
Estructura del silogismo categórico:

- ✓ Termino mayor (P): Se encuentra en la primera premisa y hace de predicado en la conclusión.
- ✓ Término medio (M): Aparece en ambas premisas y desaparece en la conclusión.
- ✓ Término menor (S): Se encuentra en la segunda premisa y hace de sujeto en la conclusión.

Figuras del silogismo:

Se llaman figuras del silogismo a las diferentes posiciones que adopta el término medio, cuyas formas se expresan en las siguientes 4 figuras:

1° Figura	2° Figura	3° Figura	4° Figura
$\frac{M\ P}{S\ M}$ $S\ P$	$\frac{P\ M}{S\ M}$ $S\ P$	$\frac{M\ P}{M\ S}$ $S\ P$	$\frac{P\ M}{M\ S}$ $S\ P$

Forma Típica		Forma Cuantificacional	Modo	Cantidad y Cualidad	Formula Booleana	Diagrama de Venn
Todo S es P	S a P	$\forall x(Sx \rightarrow Px)$	A	Universal Afirmativa	$S\bar{P} = \emptyset$	
Ningún S es P Todo S no es P	S e P	$\forall x(Sx \rightarrow \neg Px)$	E	Universal Negativa	$SP = \emptyset$	
Algún S es P	S i P	$\exists x(Sx \wedge Px)$	I	Particular Afirmativa	$SP \neq \emptyset$	
Algún S no es P	S o P	$\exists x(Sx \wedge \neg Px)$	O	Particular Negativa	$S\bar{P} \neq \emptyset$	

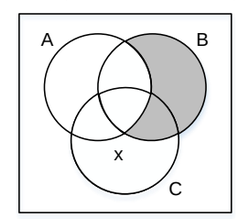
Diagramas de Venn:

Consiste en diagramar solo las premisas del silogismo, la conclusión deberá leerse de los diagramas del término mayor y menor. Ejemplo:

- ✓ Todo basquetbolista es atleta.
- ✓ Muchos cantantes no son atletas.

Solución:
En todo silogismo siempre existen 3 clases, en el ejemplo: BASQUETBOLISTAS, ATLETAS, CANTANTES.

Diagramando las relaciones entre las clases:



Como observamos que el término medio es ATLETAS, la conclusión, está en función de las otras dos clases (C y B). Observando los diagramas C y B podemos leer completa y correctamente:

"Algunos cantantes no son basquetbolistas"

La cual es la conclusión válida del silogismo.

Ejercicios Resueltos:

1.- De las premisas:
P_1: $\forall x\ (Mx \vee -Nx)$
P_2: $\forall x\ (-Rx \vee Nx)$
¿Qué se infiere?

A) $\forall x\ (Mx \rightarrow Rx)$ B) $\forall x\ (Rx \rightarrow -Mx)$
C) $\forall x\ (Rx \rightarrow Mx)$ D) $\forall x\ (Mx \vee Rx)$
E) $\exists x\ (Rx \wedge Mx)$

Solución:
Del enunciado tenemos:
(1) $\forall x\ (Nx \rightarrow Mx) \equiv \forall x\ (Mx \vee -Nx)$
(2) $\forall x\ (Rx \rightarrow Nx) \equiv \forall x\ (-Rx \vee Nx)$
(3) $\forall x\ (Rx \rightarrow Mx)$ SH:(1), (2)

Rpta.- C) $\forall x\ (Rx \rightarrow Mx)$

2.- De las premisas:
P_1: $\forall x\ (-Bx \rightarrow Cx)$
P_2: $-[\forall x\ (-Ax \vee Bx)]$
¿Qué se infiere?

A) $\exists x\ (Ax \wedge Cx)$ B) $-[\forall x\ (-Cx \vee -Ax)]$
C) $-[\forall x\ (Ax \rightarrow -Cx)]$ D) $-[\forall x\ (Cx \rightarrow -Ax)]$
E) Todas las anteriores

Solución:
Del enunciado tenemos:
(1) $\exists x\ (Ax \wedge -Bx) \equiv -[\forall x\ (-Ax \vee Bx)]$
(2) $\forall x\ (-Bx \rightarrow Cx)$
(3) $\exists x\ (Ax)$ S: (1)
(4) $\exists x\ (-Bx)$ S: (1)
(5) $\exists x\ (Cx)$ MPP: (2), (4)
(6) $\exists x\ (Cx \wedge Ax)$ C: (3), (5)
Equivalencias de:
$\exists x(Cx \wedge Ax) \equiv \exists x(Ax \wedge Cx) \equiv -[\forall x(-Cx \vee -Ax)]$
$\equiv -[\forall x\ (Ax \rightarrow -Cx)] \equiv -[\forall x\ (Cx \rightarrow -Ax)]$

Rpta.- E) Todas las anteriores

3.- De las premisas:
P_1: $\forall x\ (\sim Ax \vee Bx)$
P_2: $\forall x\ (\sim Cx \rightarrow \sim Bx)$
¿Qué se infiere?

A) $\forall x\ (Ax \rightarrow Cx)$ B) $\forall x\ (Cx \rightarrow \sim Ax)$
C) $\forall x\ (Cx \rightarrow Ax)$ D) $\forall x\ (Ax \vee Cx)$
E) $\exists x\ (Ax \wedge \sim Cx)$

Solución:
Del enunciado tenemos:
(1) $\forall x\ (Ax \rightarrow Bx) \equiv \forall x\ (\sim Ax \vee Bx)$
(2) $\forall x\ (Bx \rightarrow Cx) \equiv \forall x\ (\sim Cx \rightarrow \sim Bx)$
(3) $\forall x\ (Ax \rightarrow Cx)$ SH:(1), (2)

Rpta.- A) $\forall x\ (Ax \rightarrow Cx)$

4.- De las premisas:
P_1: Todas las estrellas están en el espacio.
P_2: Todos los planetas son estrellas.
Se infiere que:

A) Ningún planeta está en el espacio.
B) Pocos planetas son estrellas.
C) Los planetas están en el espacio.
D) La mayoría de planetas están en el espacio.
E) Algunos planetas están en el espacio.

Solución:
Formalizamos las proposiciones categóricas:P_1: $\forall x\ (Cx \rightarrow Ex)$: Todas las estrellas están en el espacio.
P_2: $\forall x\ (Px \rightarrow Cx)$: Todos los planetas son estrellas.
(1) $\forall x\ (Cx \rightarrow Ex)$
(2) $\forall x\ (Px \rightarrow Cx)$
(3) $\forall x\ (Px \rightarrow Ex)$ SH:(2), (1)

De las alternativas:
C) Los planetas están en el espacio:
$\forall x\ (Px \rightarrow Ex)$

Rpta.- C) Los planetas están en el espacio.

5.- "Ningún egoísta es socialista y algún egoísta es peruano", concluimos que:

A) Todos los peruanos son socialistas.
B) Pocos peruanos no son socialistas.
C) Algún peruano es socialista.
D) Algún socialista no es peruano.
E) Todos los socialistas son peruanos.

Solución:
Formalizamos las proposiciones categóricas:
P_1: $\forall x\ (Tx \rightarrow -Dx)$: Ningún egoísta es socialista.
P_2: $\exists x\ (Tx \wedge Px)$: Algún egoísta es peruano.
(1) $\forall x\ (Tx \rightarrow -Dx)$
(2) $\exists x\ (Tx \wedge Px)$
(3) $\exists x\ (Tx)$ S: (2)
(4) $\exists x\ (Px)$ S: (2)
(5) $\exists x\ (-Dx)$ MPP: (1),(3)
(6) $\exists x\ (Px \wedge -Dx)$ C: (3), (5)

De las alternativas:
B) Pocos peruanos no son socialistas.
$\exists x\ (Px \wedge -Dx)$

Rpta.- B) Pocos peruanos no son socialistas.